Corrigé (sans étapes de calculs)

Exercice 1

$A = 8 \times 3 - 4 \times (-2) + 5 \times (-4) = 12$ $\qquad B = \frac{8}{3} - \frac{5}{3} \div \frac{20}{21} = \frac{11}{12}$

$C = (1 + \frac{7}{3}) \div (2 - 3 \times \frac{2}{18}) = \frac{2}{1} = 2$

Exercice 2

$0{,}000326 = 3{,}26 \times 10^{-4}$ $\qquad 32\,600 = 3{,}26 \times 10^{4}$

Exercice 3

$A = \frac{10^{-4} \times 4 \times 10^{6} \times 5^{2}}{2 \times 10^{-10}} = 4 \times 25 \div 2 \times 10^{-4+6-(-10)} = 50 \times 10^{2+10} = 5 \times 10^{13}$

Exercice 4

$A = (x-1)(4x-3) + 5\,(3-x) = 4x^2 - 12x + 18$
$B = 3\,(2x+5) - (x-3)(2x+5) = -2x^2 - 7x + 30$
$C = -2\,(3x-1) + (1-x)(5-x) = x^2 - 12x + 7$

Exercice 5

Le cycliste a mis $t = 3{,}5h$ pour parcourir $d = 77\ km$ donc sa vitesse moyenne v est :

$v = \frac{d}{t} = \frac{77\ km}{3{,}5\ h} = 22\ km/h$

A cette vitesse, il a parcouru 8,8 *km* en 24 *min*.

En effet, $22\ km/h = \frac{22\,km}{60\ min} = \frac{22}{60}$ *km/min (en 1 min, on parcourt* $\frac{22}{60}$ *km).*

donc en 24 min on parcourt $24 \times \frac{22}{60}\ km = 8{,}8\ km$

Exercice 6

Paméla a reçu $\frac{1}{5}$ des bonbons, il reste donc $\frac{4}{5}$ des bonbons à ce moment là.

Ensuite, Cédric a reçu $\frac{1}{3} \times \frac{4}{5} = \frac{4}{15}$ des bonbons,

il reste donc $\frac{4}{5} - \frac{4}{15} = \frac{8}{15}$ qui est donc la fraction des bonbons pour Sylviane.

En appelant N le nombre de bonbons qu'il y avait dans le paquet, on a $\frac{8}{15} \times N = 24$

donc $N = 24 \times \frac{15}{8} = 45$. 45 est donc le nombre de bonbons qu'il y avait dans le paquet.

Exercice 7

- $NM^2 = 64\ cm^2$, $LM^2 = 23{,}04\ cm^2$ et $LN^2 = 40{,}96\ cm^2$
  on a $64 = 23{,}04 + 40{,}96$ donc $NM^2 = LM^2 + LN^2$
  donc LMN est rectangle en L d'après la réciproque du théorème de Pythagore.
- $(LM) \perp (LN)$ et $(SR) \perp (LN)$ donc $(LM) // (SR)$
- Dans le triangle LMN : $R \in [LN]$, $S \in [MN]$ et $(RS) // (LM)$
  donc $\frac{SR}{ML} = \frac{SN}{MN} = \frac{RN}{NL}$ d'après le théorème de Thalès
  donc $\frac{SR}{4{,}8} = \frac{2}{8}$ donc $SR = 4{,}8 \times \frac{2}{8} = 1{,}2$ cm
- Par ailleurs, $\frac{RN}{NL} = \frac{2}{8}$ donc $RN = 6{,}4 \times \frac{2}{8} = 1{,}6$ cm
- <u>Autre méthode</u> : SRN est rectangle en R donc $SN^2 = SR^2 + RN^2$ d'après le théorème de Pythagore, donc $RN^2 = 2^2 - 1{,}2^2 = 4 - 1{,}44 = 2{,}56$ donc $RN = \sqrt{2{,}56} = 1{,}6$ cm

Exercice 8

- ABCD est un rectangle donc (AB) // (DC) et comme $F \in [AB]$ on a : (FB) // (DC)
  Dans le triangle EDC : (FB) // (DC) et B est le milieu de [EC] car E et C sont symétriques par rapport à B
  donc F est le milieu de [ED] d'après le cas particulier du théorème de Thalès.
- FB = ½ DC = ½ AB car DC = AB puisque ABCD est un rectangle
  on a : $F \in [AB]$ et FB = ½ AB donc F est le milieu de [AB]
- F est le milieu de [AB] et celui de [DE] donc les diagonales de EBDA se coupent en leur milieu donc EBDA est un parallélogramme.
- Pour le triangle DEB, [DC] est la hauteur associée au côté [EB]
  donc $\mathscr{A} = \frac{DC \times EB}{2} = \frac{6\,cm \times 3\,cm}{2} = 9\ cm^2$

Exercice 9 (L'arbelos d'Archimède)

- B appartient au cercle de diamètre [AC] donc ABC est rectangle en B
  E appartient au cercle de diamètre [AD] donc AED est rectangle en E
  F appartient au cercle de diamètre [DC] donc DFC est rectangle en F
  donc le quadrilatère BEDF a 3 angles droits donc BEDF est un rectangle.
- BEDF est un rectangle donc ses diagonales ont le même longueur et se coupent en leur milieu donc EO = OD
  E est sur le cercle de diamètre [AD] et G est le centre de ce cercle donc EG = DG
  cela montre que EGO et ODG ont des côtés égaux donc ces 2 triangles sont superposables.
  ODG est rectangle en D donc EGO est rectangle en E donc (EF) est perpendiculaire au rayon [GE] du demi-cercle de diamètre [AD] donc (EF) est tangente au demi-cercle de diamètre [AD].
- L'aire d'un disque de rayon R est πR^2, cela donne $\mathscr{A} = 18\pi\ cm^2 \approx 57\ cm^2$
  <u>Calculs plus détaillés</u> : comme $R = \frac{D}{2}$, l'aire d'un disque de diamètre D est $\frac{\pi}{4} \times D^2$
  donc
  $\mathscr{A} = ½(\frac{\pi}{4}\ AC^2 - \frac{\pi}{4}\ AD^2 - \frac{\pi}{4}\ DC^2) = \frac{\pi}{8}\ (18^2 - 12^2 - 6^2) = \frac{\pi}{8} \times 144$
  ce qui donne 18π car $144/8 = 18$.