

Chapitre n°3 : Arithmétique

1) Diviseurs et multiples

Activité d'introduction: Une librairie a reçu 259 livres. On les range sur des étagères pouvant contenir chacune 25 livres. Combien faut-il prévoir d'étagères ?

IL faut prévoir 11 étagères : 10 étagères pour ranger 250 livres et une étagère supplémentaire pour ranger les 9 livres restants.

Définition : Soient a et b deux nombres entiers positifs tel que $b \neq 0$. Effectuer la **division euclidienne** de a par b , c'est trouver deux nombres entiers positifs q et r tels que :

$$a = b \times q + r \text{ et } 0 \leq r < b$$

- a : le dividende,
- b : le diviseur,
- q : le quotient,
- r : le reste.

Exemple : Effectue la division euclidienne de 320 par 15.

$320 = 15 \times 21 + 5$ 320 est le dividende ; 15 le diviseur ; 21 le quotient et 5 le reste.

Sésamath exercices 2, 4, 5 p12 et 9 p13

Définition : Soient a et b deux entiers positifs ($b \neq 0$). Si la division euclidienne de a par b donne un reste nul, on dit que :

- a est un **multiple** de b ou a est **divisible** par b .
- b est un **diviseur** de a .

Exemples :

- Donner tous les multiples de 12 inférieurs à 70.
->Les multiples de 12 inférieurs à 70 : 12 ; 24 ; 36 ; 48 ; 60
- Donner tous les diviseurs de 12.
->Les diviseurs de 12 : 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 6 ; 12.

Remarque : Pour savoir si un nombre est un diviseur, il est utile de connaître les critères de divisibilité.

2) Critères de divisibilité : à connaître par



Propriétés (admises) :

- Un nombre est divisible par **2** si le chiffre des unités est 0 ; 2 ; 4 ; 6 ; 8.
- Un nombre est divisible par **5** si le chiffre des unités est 0 ou 5.
- Un nombre est divisible par **10** si le chiffre des unités est 0.
- Un nombre est divisible par **3** si la somme de tous ses chiffres est divisible par 3.
- Un nombre est divisible par **9** si la somme de tous ses chiffres est divisible par 9.
- Un nombre est divisible par **4** si les deux derniers chiffres forment un nombre divisible par 4.

Sésamath exercices 8 et 11 p13

2) Nombres premiers

Définition : Un nombre premier est un nombre entier qui a exactement deux diviseurs : 1 est lui-même.

Exemples : 6 est-il premier ? 6 n'est pas un nombre premier car il admet 4 diviseurs (1 ; 2 ; 3 ; 6).

Trouver les 5 plus petits nombres premiers : 2, 3, 5, 7, 11.

Remarque : 1 et 0 ne sont pas premiers.

À connaître par 

Les nombres premiers inférieurs à 20 : 2 ; 3 ; 5 ; 7 ; 11 ; 13 ; 17 ; 19.

3) Décomposition en produit de facteurs premiers

Propriété (admise): Un nombre entier supérieur ou égal à 2 se décompose en produit de facteurs premiers. Cette décomposition est unique à l'ordre des facteurs près.

1) Méthodes

Je veux décomposer **84** en produits de facteurs premiers.

→ **Méthode 1** : J'écris 84 sous la forme d'un produit puis on recommence tant que possible avec chacun des facteurs obtenus.

$$\begin{aligned}84 &= 4 \times 21 \\ &= 2 \times 2 \times 3 \times 7 \\ &= 2^2 \times 3 \times 7\end{aligned}$$

→ **Méthode 2** : J'effectue des divisions successives sur 84 avec comme diviseurs les premiers nombres premiers. Je peux utiliser un tableau.

84	2
42	2
21	3
7	7
1	

On lit le résultat dans la deuxième colonne : $84 = 2^2 \times 3 \times 7$

Sésamath exercices 1 à 4 p14

Le crible d'Eratosthène :

1) Barrer le nombre 1

2) Entourer le 2, puis barrer tous les multiples de 2 autres que 2.

Entourer le nombre ni entouré ni barré, puis barrer tous ses multiples autres que lui-même.

3) Répéter la consigne précédente jusqu'à avoir barré ou entouré tous les nombres.

4) Donner les nombres premiers inférieurs à 100.

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

3) Fraction irréductible :

Définition : Une fraction irréductible est une fraction dont le numérateur et le dénominateur n'ont pas de diviseur commun autre que 1.

Méthode

Pour rendre une fraction irréductible il faut décomposer le numérateur et le dénominateur en produit de facteurs premiers.

Exemple : simplifier la fraction $\frac{330}{84}$

On décompose $330 = 2 \times 3 \times 5 \times 11$

$84 = 2^2 \times 3 \times 7$

$$\frac{330}{84} = \frac{2 \times 3 \times 5 \times 11}{2^2 \times 3 \times 7} = \frac{3 \times 5}{2 \times 7} = \frac{15}{14}$$

Remarque : Dire que deux nombres sont premiers entre eux signifie que leur seul diviseur commun est 1.

Exemple : 12 et 18 ne sont pas premiers entre eux, mais 12 et 35 le sont.

Sésamath exercices 1 à 7 p15.