

Devoir maison n°3 - corrigé

1. Le professeur d'EPS veut organiser un tournoi de football avec toutes les classes de troisième du collège. Il souhaite qu'il y ait, dans chaque équipe, le même nombre de filles, le même nombre de garçons, qu'il n'y ait aucun remplaçant et qu'une équipe soit composée de 8 à 15 joueurs.

Sachant qu'il y a 72 filles et 108 garçons, quelles sont les compositions possibles pour les équipes ?

2. Simplifie au maximum les fractions suivantes en décomposant les numérateurs et dénominateurs en produits de facteurs premiers.

$$\frac{48}{72}$$

$$\frac{180}{126}$$

$$\frac{585}{1275}$$

3. On choisit au hasard un nombre entier entre 1 et 20. Quelle est la probabilité d'obtenir un nombre premier ?

Solution :

1. On cherche les diviseurs communs à 72 et 108 :

Diviseurs de 72 : $\{1; 2; 3; 4; 6; 8; 9; 12; 18; 24; 36; 72\}$.

Diviseurs de 108 : $\{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 27; 36; 54; 108\}$.

Diviseurs communs de 72 et 108 : $\{1; 2; 3; 4; 6; 9; 12; 18; 36\}$.

Il y a en tout $72 + 108 = 180$ joueurs. Comme chaque équipe doit contenir entre 8 et 15 joueurs, les nombres d'équipes possibles sont : 12 et 18.

Il peut y avoir 12 équipes de 9 garçons et 6 filles ou 18 équipes de 10 garçons et 4 filles.

2. — $\frac{48}{72} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3}{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3} = \frac{2}{3}$
— $\frac{180}{126} = \frac{2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 3 \times 7} = \frac{10}{7}$
— $\frac{585}{1275} = \frac{3 \times 3 \times 5 \times 13}{3 \times 5 \times 5 \times 17} = \frac{39}{85}$

3. Liste des nombres premiers de 1 à 20 : $\{2; 3; 5; 7; 11; 13; 17; 19\}$.

Il y a 8 nombres premiers entre 1 et 20. Le tirage est aléatoire et on a une situation d'équiprobabilité. Donc, $\mathbb{P}(\text{Obtenir un nombre premier}) = \frac{8}{20} = \frac{2}{5}$.