

# Devoir maison n°5 - corrigé

1. Le produit de deux nombres consécutifs diminue de 216 lorsque l'on diminue chacun des nombres de trois unités.  
Quels sont ces nombres ? Utilise le calcul littéral pour modéliser le problème.
2. (a) Effectue les calculs ci-dessous sans calculatrice et sans poser les calculs en détaillant les étapes.
  - i.  $123^2 - 122^2 - 121^2 + 120^2$
  - ii.  $12^2 - 11^2 - 10^2 + 9^2$
  - iii.  $45^2 - 44^2 - 43^2 + 42^2$
- (b) Quelle conjecture peut-on faire ?
- (c) Écris une expression littérale correspondant à ces calculs.
- (d) Développe et réduis cette expression pour démontrer la conjecture proposée.
3. Complète le tableau ci-dessous.

Expression factorisée	$(x + 3)^2$		$(x + 2)(x + 3)$		$x(x + 3)$	
Expression développée		$x^2 - 6x + 9$		$x^2 - 3x$		$x^2 - 9$

Solution :

1. On note  $x$  et  $x + 1$  les nombres cherchés.  
Le produit de ces nombres est  $x(x + 1)$ .  
Les deux nombres diminués de 3 sont donc  $x - 3$  et  $x - 2$  et leur produit  $(x - 3)(x - 2)$ .  
Ainsi,  $x(x + 1) - 216 = (x - 3)(x - 2)$ .  
Développons cette expression :  

$$x(x + 1) - 216 = (x - 3)(x - 2) \iff x^2 + x - 216 = x^2 - 5x + 6$$

$$\iff 6x - 222 = 0 \iff x = 37.$$
 Les nombres cherchés sont donc 37 et 38.
2. (a) i.  $123^2 - 122^2 - 121^2 + 120^2 = (123^2 - 122^2) - (121^2 - 120^2) = (123 + 122)(123 - 122) - (121 + 120)(121 - 120) = 245 \times 1 - 241 \times 1 = 245 - 241 = 4.$   
 ii.  $12^2 - 11^2 - 10^2 + 9^2 = (12^2 - 11^2) - (10^2 - 9^2) = (12 + 11)(12 - 11) - (10 + 9)(10 - 9) = 23 \times 1 - 19 \times 1 = 23 - 19 = 4.$   
 iii.  $45^2 - 44^2 - 43^2 + 42^2 = (45^2 - 44^2) - (43^2 - 42^2) = (45 + 44)(45 - 44) - (43 + 42)(43 - 42) = 89 \times 1 - 85 \times 1 = 89 - 85 = 4.$
- (b) On obtient toujours 4.
- (c)  $(x + 3)^2 - (x + 2)^2 - (x + 1)^2 + x^2$

$$\begin{aligned}
\text{(d)} \quad & (x+3)^2 - (x+2)^2 - (x+1)^2 + x^2 = x^2 + 6x + 9 - (x^2 + 4x + 4) - (x^2 + 2x + 1) + x^2 \\
& = x^2 + 6x + 9 - x^2 - 4x - 4 - x^2 - 2x - 1 + x^2 \\
& = 6x + 9 - 4x - 4 - 2x - 1 \\
& = 9 - 4 - 1 \\
& = 4.
\end{aligned}$$

ou

$$\begin{aligned}
& (x+3)^2 - (x+2)^2 - (x+1)^2 + x^2 = [(x+3)^2 - (x+2)^2] - [(x+1)^2 - x^2] \\
& = (x+3+x+2)(x+3-x-2) - (x+1+x)(x+1-x) \\
& = (2x+5) \times 1 - (2x+1) \times 1 \\
& = 2x+5 - 2x - 1 \\
& = 5 - 1 \\
& = 4.
\end{aligned}$$

3. On a le tableau suivant :

Expression factorisée	$(x+3)^2$	$(x-3)^2$	$(x+2)(x+3)$	$x(x-3)$	$x(x+3)$	$(x+3)(x-3)$
Expression développée	$x^2 + 6x + 9$	$x^2 - 6x + 9$	$x^2 + 5x + 6$	$x^2 - 3x$	$x^2 + 3x$	$x^2 - 9$