NOMBRES ENTIERS ET RATIONNELS

I Nature des nombres :

1) Activité :

En maternelle, on a appris à compter des objets, et on utilisait les nombres 1 , 2 , 3 ….ces nombres sont les premiers qui sont utilisés « naturellement » , on les nomme les **nombres entiers naturels.**

Depuis à l'école primaire et au collège, on a découvert d'autres nombres. Voici une liste de nombres :

$-27{,}2$; $\dfrac{10\,371}{100}$; $\dfrac{27}{13}$; $\dfrac{3}{2}$; $-\dfrac{21}{15}$; π ; $-\dfrac{10}{5}$; $\dfrac{47}{21}$; -15 ; $-\dfrac{10}{3}$; 37

Dans cette liste :

a) entoure en bleu les nombres entiers

b) entoure en rouge les nombres entiers relatifs   *(certains nombres peuvent être entourés plusieurs fois)*

c) entoure en vert les nombres décimaux

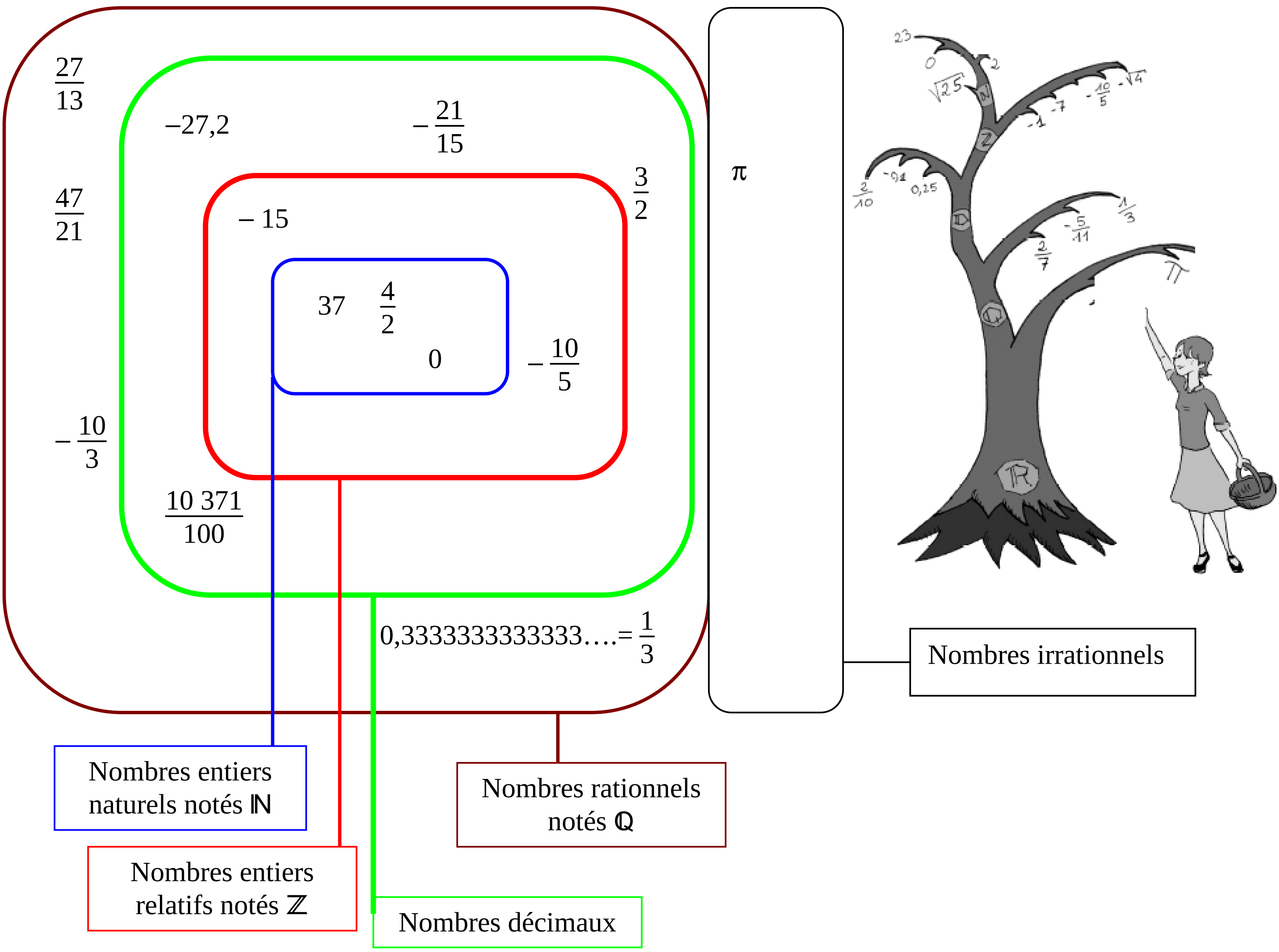
Quels nombres reste-t-il ? il reste $\dfrac{27}{13}$; $\dfrac{47}{21}$; $-\dfrac{10}{3}$ et π

Les premiers sont des nombres en écriture fractionnaire appelés **nombres rationnels**

On remarque que 37 est aussi un nombre rationnel car 37 peut s'écrire sous la forme d'une fraction $37 = \dfrac{37}{1}$.

Pourquoi un nombre décimal est-il aussi un rationnel ? $-27{,}2$ est aussi un rationnel car $-27{,}2 = -\dfrac{272}{10}$

Il reste alors π que l'on classe dans la catégorie des **nombres irrationnels**.



2) définitions :

Les nombres entiers naturels sont les nombres 0 ; 1 ; 2 ; 3 …
Les nombres entiers relatifs sont les nombres entiers positifs et négatifs.
Un nombre décimal est le quotient d'un nombre entier relatif par une puissance de 10 et c'est aussi un nombre dont la partie décimal s'écrit avec un nombre fini de chiffres non nuls
Un nombre rationnel est le quotient d'un nombre entier relatif par un nombre entier relatifs non nul
Un nombre irrationnel est un nombre qui n'est pas rationnel.

II Fractions :

1) Somme et différence :

a) Règle n°1: si a et b sont deux nombres relatifs quelconques et si $k \neq 0$, alors :

$$\frac{a}{k} + \frac{b}{k} = \frac{a+b}{k} \qquad \text{et} \qquad \frac{a}{k} - \frac{b}{k} = \frac{a-b}{k}$$

b) Règle n°2 : Si les fractions ne sont pas au même dénominateur, on les réduit au même dénominateur puis on applique la règle n°1.

Exercice type 1: Ecris $A = \frac{3}{21} - \frac{5}{14}$ sous la forme d'une fraction irréductible

$A = \frac{3\times2}{21\times2} - \frac{5\times3}{14\times3}$ Etape n°1 : On réduit au même dénominateur

$A = \frac{6}{42} - \frac{14}{42}$ Etape n°2 : On soustrait les numérateurs

$A = \frac{-9}{42}$ Etape n°3 : On simplifie la fraction $\longrightarrow$ $A = \frac{-3}{14}$

2) Produit :

a) Règle : Pour multiplier deux quotients, on multiplie les numérateurs entre eux et les dénominateurs entre eux.
b) Rappel de 4ème : le produit de deux nombres relatifs négatifs est un nombre relatif positif

Exercice type 2 : Ecris $B = \frac{21}{50} \times \left(-\frac{70}{14}\right)$ sous forme d'une fraction irréductible.

$B = -\frac{7\times3\times7\times10}{5\times10\times7\times2}$ Etape n°1 : On met le signe du résultat et On décompose les nombres avant de calculer

Attention on ne réduit pas au même dénominateur.

$B = -\frac{7\times3}{5\times2}$ Etape n°2 : On simplifie

$B = -\frac{21}{10}$ Etape n°3 : On calcule

3) Division :

a) Définition : Deux nombres sont inverses l'un de l'autre si leur produit est égal à 1.

b) Propriété : Si c et d sont deux nombres relatifs non nuls quelconques, alors l'inverse de $\frac{c}{d}$ est $\frac{d}{c}$

c) Règle : Pour diviser par $\frac{c}{d}$ (avec $c \neq 0$ et $d \neq 0$) on multiplie par son inverse.

Autrement dit : $\dfrac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}} = \frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c}$ avec b, c et d non nul.

Exercice type 3 : Ecris $C = -\dfrac{\frac{22}{21}}{\frac{40}{-27}}$ sous la forme d'une fraction irréductible.

$C = -\dfrac{22}{21} \times \dfrac{-27}{40}$ Etape n°1 : on transforme la division en une multiplication

$C = +\dfrac{2\times11\times9\times3}{7\times3\times2\times20}$ Etape n°2 : On s'occupe du signe puis on décompose les nombres

$C = \dfrac{11\times9}{7\times20}$ Etape n°3 : On simplifie

$C = \dfrac{99}{140}$ Etape n°4 : On calcule

4) Priorités opératoires :

a) Priorités n°1: Les parenthèses indiquent les calculs à effectuer en premier.
On commence les calculs par ceux qui sont dans les parenthèses les plus intérieures.

Exercice type 4 : Calcule puis écris $D = \dfrac{7}{15} \times (\dfrac{2}{7} - (\dfrac{5}{7} + \dfrac{3}{21}))$ sous forme d'une fraction irréductible.

$D = \dfrac{7}{15} \times (\dfrac{2}{7} - (\dfrac{5}{7} + \dfrac{3}{21}))$

$D = \dfrac{7}{15} \times (\dfrac{2}{7} - (\dfrac{5}{7} + \dfrac{3\times1}{3\times7}))$

$D = \dfrac{7}{15} \times (\dfrac{2}{7} - (\dfrac{5}{7} + \dfrac{1}{7}))$

$D = \dfrac{7}{15} \times (\dfrac{2}{7} - \dfrac{6}{7})$

$D = \dfrac{7}{15} \times \dfrac{-4}{7}$

$D = -\dfrac{4}{15}$

b) Priorités n°2 : En l'absence de parenthèses on effectue les opérations dans l'ordre suivants :

- puissance
- multiplication
- addition et soustraction

Exercice type 5 : Ecris E, F et G sous la forme de fractions irréductibles.

$E = (\dfrac{2}{3})^2 - \dfrac{3}{7}$

$E = \dfrac{4}{9} - \dfrac{3}{7}$

$E = \dfrac{28}{63} - \dfrac{27}{63}$

$E = \dfrac{1}{63}$

$F = \dfrac{5}{6} - \dfrac{7}{6} \times \dfrac{10}{3}$

$F = \dfrac{5}{6} - \dfrac{70}{18}$ *On ne décompose pas 18 car 18 est un multiple de 6*

$F = \dfrac{15}{18} - \dfrac{70}{18}$

$F = -\dfrac{55}{18}$

$G = 3 - \dfrac{\dfrac{3}{4} - \dfrac{5}{2}}{\dfrac{3}{4} + \dfrac{5}{2}}$

$G = 3 - (\dfrac{3}{4} - \dfrac{10}{4}) : (\dfrac{3}{4} + \dfrac{10}{4})$

$G = 3 - (-\dfrac{7}{4}) : \dfrac{13}{4}$

$G = 3 + \dfrac{7}{4} \times \dfrac{4}{13}$

$G = \dfrac{3}{1} + \dfrac{7}{13}$ $G = \dfrac{39}{13} + \dfrac{7}{13}$ $G = \dfrac{46}{13}$